

A játékelmélet születéséről – hogyan szorította Neumann János precíz keretek közé a legszabadabb emberi tevékenységet, a játékot?

2019. június - Ambrus Loránd

Mit kell elhagynunk és mit kell megtartanunk a játék fogalmából, ha meg akarjuk alkotni a stratégia tudományát? Áttekintés a játékelmélet megszületéséhez vezető gondolatmenetről.

Korunk egyik legsikeresebb tudományos eszköze, a Neumann János és Oskar Morgenstern által megalkotott játékelmélet pont azt vette ki a játékból, amitől az élvezhető. Elméletükben nincs helye a játék közösségépítő erejének és örömeinek, a játékon belüli szabadságnak és kreativitásnak, az emberi tényezőből és a szerencse forgandóságából következő izgalomnak. Maradt a versengés, a szigorú szabályok és a matematikai precizitás. Erre volt szükségük, hogy megteremtsék a stratégia egzakt tudományát.

Az Összkép a magyar társadalom és gazdaság működéséről szóló elemzések magazinja. [Iratkozz fel hírlevelünkre](#), [kövess minket](#), ha szeretnéd mélyebben megérteni, hogyan működik Magyarország.

A cikk-sorozatunkban ismertetett második játékelmélet, Neumann János nevezetes játékelmélete mára a társadalomtudományok egyik legismertebb elemzési eszközévé vált. Az elméleti közgazdaságtanban megkerülhetetlen, de erős pozíciókat harcolt ki magának a politikatudományban és a szociológiában is.



André Vasarely sakktáblája – forrás: people.eecs.berkeley.edu

A Neumann-féle játékelméletet áttekintő három cikkünk közül az elsőben három kérdéssel foglalkozunk. Milyen jellegű játékok elemzésén alapul Neumann játék-fogalma? Mit jelent Neumann szerint a stratégiai gondolkodás a játékokban és a társadalmi valóságban? Miképpen konstruálta meg Neumann a játékok matematikai modelljét?

Neumann János és Oskar Morgenstern híres könyve, *A játékok és a gazdasági viselkedés elmélete* 1944 nyarán jelent meg a princeton-i egyetem könyvkiadójánál. Neumann először 1928-ban jelentetett meg cikket a játékok elméletének tárgykörében, majd 1940 nyarán háromrészes előadásorozatot tartott Seattle-ben a játékelmélet alapvetéseiről. A könyv maga 1940 és 1943 között készült el. Ebben az időben Neumann a princeton-i Institute for Advanced Study matematika professzora volt, Morgenstern pedig az egyetem közgazdaságtan-tanszékén dolgozott.

Az a lényeges, ki győz

A játékok egy része kompetitív, azaz egyértelműen és megkerülhetetlenül versenyhelyzetet teremt. A színházi előadás nem tartozik ebbe a körbe, mivel csak esetlegesen lehet versenyszerű. Ellenben minden futóversenynek szükségképpen nyertese és vesztese vannak, és számít is, hogy ki lesz a nyertes. De egy futóversenyen közvetve küzdenek csak egymással a versenyzők. Vannak ellenben olyan kompetitív játékok is, amelyekben a játékosok vagy csapatok kifejezetten azzal foglalkoznak, hogy a győzelem, illetve a vereség elkerülése, érdekében közvetlen gátolják, akadályozzák egymás törekvéseit: mondjuk úgy, hogy passzvonalat zárnak, létszámfölényt igyekeznek kialakítani a széleken, területet védenek. Ez utóbbi játékokat, a régi görög nyelv *agon* szavát felhasználva, *agonikus* játékoknak nevezhetjük.

A játék a szabályoktól létezik

A közvetlen küzdelmet jelentő játékoknak többnyire szigorú szabályai vannak. Egyes esetekben ez korlátokat jelent: például a boxban az ökölpárbajt szorítják be a nyers harcot kordában tartó szabályok közé. Más esetekben a szabályok bizonyos „történeket” *maguk teremtenek meg* az adott játékon belül. Csak a futballban lehet tizenegyest rúgni, a tizenegyes-rúgást csak a futball szabályainak alapján lehet értelmezni. Ez nem igaz mindenre, amiből a futball áll, hiszen bárki futhat vagy labdába fejelhet egy labdarúgó-mérkőzésen kívül is. Míg negyven-százat csak az utiban lehet bementeni és lejátszani, számtalan további kártyajáték része a lapkeverés vagy a licitálás. A sakk azért is egészen különleges játék, mert minden egyes lehetséges sakk-lépést a szabályok határoznak meg, ráadásul ezek mindegyikének csakis a sakkban van egyáltalán értelme.

Egyes játékokat a játékkeret és a figurákat jelölő szimbólumok segítségével is lehet játszani, miközben a játék lényegében ugyanaz marad. Gondoljunk a régi újságok bridzs-vagy ulti-rovataira, vagy a sakk-

játszmák leírásánál használatos, a lépésekben szereplő figurára és saktábla-mezőkre vonatkozó jelölésrendszerre (pld. e2-e4). Egy kosárlabda-mérkőzés egészét biztosan nem lehet ilyen módon megjeleníteni, és játszani, mert nem tudjuk egzakt módon körülírni például egy dobóhelyzet jellemzőit. Egy billiárd-partit viszont pontosan artikulálható és „leképezhető” állások sorozataként is felfoghatunk. De a billiárd-partikat leképező szimbólum-rendszer segítségével *önmagában nem tudunk* billiárdozni. Go-t vagy bizonyos kártya-játékokat azonban levélben, email-ben, vagy az interneten keresztül is tudunk játszani.

Lehet-e a játékokról egyáltalán elméletet alkotni? Mi az igazi tétje a játékokról szóló elméleteknek? Erről szól az Összkép Magazin új, [Játékok és játszmák](#) című cikksorozata, amely klasszikusnak számító, játékokkal és játékszerű társadalmi jelenségekkel foglalkozó műveket mutat be.

A szerencse szerepe

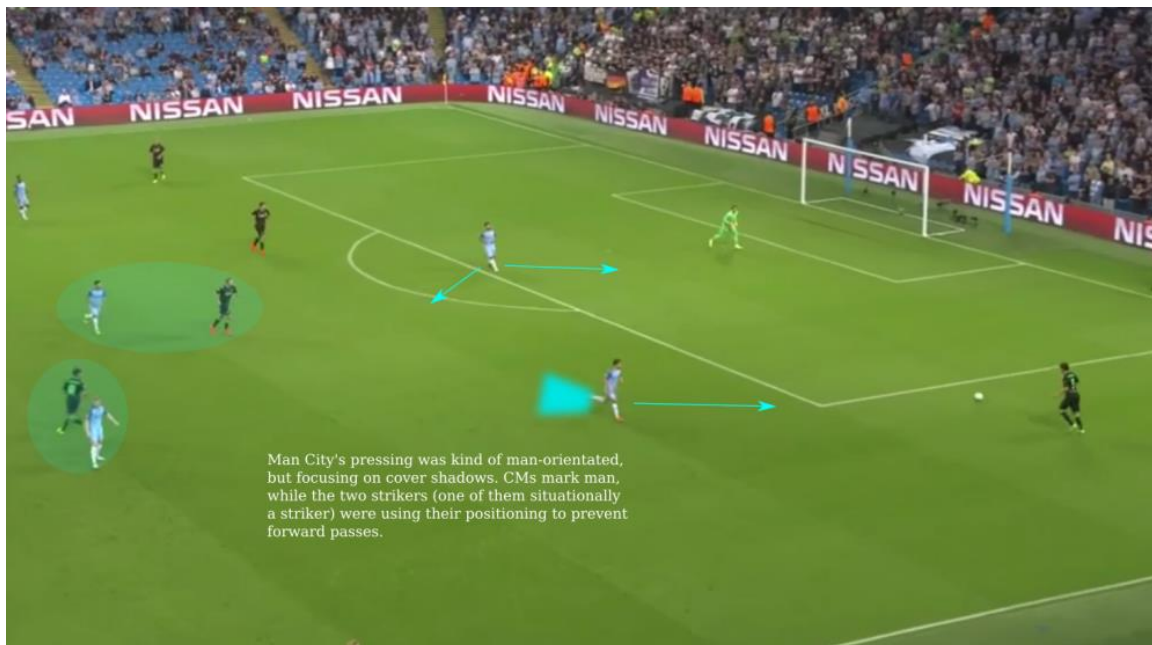
Végül, a szerencse szerepe megint csak játékról játékra változik. A dobókockával játszott játékok legegyszerűbb változataiban az eredmény kizárólag a véletlen mülk, az értelem szerepe arra korlátozódik, hogy felmérje, milyen tételekben lehetne érdemes játszani. Egy póker-játszmában az induló lapoknak nagyon komoly jelentősége van, de a riválisok várható döntéseire vonatkozó kalkuláció itt már a játék lényegét érinti. Egy adott bridzs-partiban a játéktudás könnyen többet nyomhat a latba, mint az úgynevezett laperő. Nem túlzás azt mondani, hogy nincs az a kockadobás-sorozat, amellyel egy gyengébb backgammon-játékos egy erősebb fölé tudna kerekedni. A másik végletet a sakk jelenti, ahol a véletlen semmilyen szerepet sem játszik.

Neumann és Morgenstern játékelméleti könyvét először csak egy maroknyi matematikus közgazdász fogadta lelkesedéssel. Az ötvenes évek elején indult el munkájuk valódi befogadásának folyamata. A hatvanas években az elmélet ugyan egyre ismertebbé vált a társadalomtudományokkal foglalkozó kutatók körében, de még mindig marginális jelentőségűnek számított. A hetvenes években következett be az áttörés: a játékelmélet fokozatosan megkerülhetetlenné vált a közgazdaságtanban, és a tudományos kérdések iránt érdeklődő szélesebb közvélemény számára is ismertté váltak egyes alapfogalmai és elemzési technikái.

Stratégiai játékok és stratégiai gondolkodás

Játékelméletének megformálásakor Neumann János a pókerre, a bridzsre, a backgammon-ra és a sakra összpontosított. Ezeket és az ezek által képviselt játékokat *stratégiai játékoknak* nevezte el. Azon az alapon, hogy a siker ezekben jórészt, vagy kizárólag a stratégiai gondolkodás képességén múlik: azon, hogy mennyire képes valaki az egyes lépések vagy húzások megválasztásánál előre látni, milyen válaszokat adhat, vagy akár fog is adni azokra ellenfele. Aki jól látja át, mire számíthat a másik

részéről, könnyebben elérheti célját, vagyis a győzelmet, illetve a minél nagyobb arányú győzelmet, esetleg a vereség elkerülését.



Védekezés a labdarúgásban – forrás: faja1234.blogspot.com

A futballban is számít, van-e egy csapatnak elképzelése arról, hogy „mit akar játszani” az ellenfél, vagy, hogy várhatóan hogyan fog reagálni, teszem azt, egy visszahúzó zóna-védekezésre. Számít, hogy saját csapatunk erőseit miképpen kamatoztathatjuk egy adott mérkőzésen. Egy komoly billiárd-játékos minden egyes lökés előtt mérlegeli, nagyjából milyen lehetséges szituációk állhatnak elő a lökés következtében.

Egy bridzs- vagy sakk-játszma során azonban *kizárólag stratégiai gondolkodásra* van szükség. Nem számít a futógyorsaság, a technikai felkészültség, a fizikai fáradtság mellett is megőrzött hidegvér, a kockázatvállalásra való hajlandóság. A sakk szabályai egy sajátos tematikát határoznak meg, ami egy sajátos logikában képeződik le, és a sakkjátékosoknak csakis ezzel a logikával kell foglalkozniuk.

Persze nem csak a játékokban van szükség stratégiára

Stratégiai gondolkodásra persze nem csak a játékokban van szükség. A 'stratégia' szó eredetileg a hadvezérek szakmai tudását és képességeit jelentette, később pedig a hadjáratok sikerre viteléhez szükséges átfogó tervek együttesét. Ma minden valamirevaló eredmény-orientált intézmény, szervezet, vállalkozás vagy személy, stratégia-alkotásnak fogja fel azt, amikor tervez, vagy összehangolni igyekszik a különböző terveit.

A piaci versenyben stratégiai gondolkodás nélkül nem is nagyon lehet helytállni. A piaci verseny magától értetődően kompetitív, azaz alapesetben minden résztvevője a saját profitját igyekszik

növelni, és ezt csak a riválisok rovására tudja elérni. Így egy kompetitív vállalatnak mindig figyelembe kell vennie, milyen lépésekre készülnek vetélytársai, és át kell gondolnia, ezekre milyen válaszokat érdemes adnia.

A stratégiai gondolkodás tudományos elemzése

Neumann János játékelméletét akár a stratégiai gondolkodás általános elméletként is jellemezhetjük.

Neumann és szerzőtársa, Oskar Morgenstern azt gondolta, hogy ennek az elméletnek mindenképpen lehetővé kell tennie a legfontosabb társadalmi-gazdasági területeken, köztük kiemelt jelentőséggel a piaci verseny területén megfigyelhető célszerű és ésszerű viselkedés tudományos módszerekkel való tanulmányozását. Arról is meg voltak győződve, hogy egy igazán tudományos elméletnek nemcsak precízen meghatározott fogalmakból kell felépülnie, hanem arról is, hogy alapvető fogalmainak kizárólag *matematikai fogalmaknak* kell lenniük.

Neumann eredetileg abból az intuícióból indult ki, hogy a *stratégiai gondolkodás általános elveihez* pontosan a stratégiai játékokban tetten érhető gondolkodás és viselkedés gondos és alapos elemzése vezet el.

Nos, a stratégiai játékok, azaz a póker, a bridzs, a backgammon és a sakk mindegyike nyilvánvalóan kompetitív játék. A kompetitív játékok közül Neumann azokat a játékokat tartotta a stratégiai gondolkodás tanulmányozása szempontjából fontosnak, ahol közvetlenül egymás ellen küzdenek a felek: ezeket neveztük agonikus játékoknak. Abból indult ki, hogy *minden játékot a szabályai definiálnak*: ez nem igaz ugyan általában, de igaz az általa vizsgált játékokra, amelyek mindegyikében a szabályok hozzák létre a cselekvési lehetőségeket. Végezetül, az általa tipikusnak tartott játékokban a különböző állások és lépések egyenként jól azonosíthatóak: ez az absztrakt jelölésekkel is játszható játékok egyik kulcsfontosságú sajátossága.

A szabályok teremtette cselekvési lehetőségek és az absztrakt jelölésekkel való játszhatóság már-már a kérdéses játék matematikai fogalmakkal való leírhatóságát is jelenti. Ezért az is megvalósítható elképzelésnek tűnhet, hogy a stratégiai gondolkodás egzakt, matematikai elméletét a stratégiai játékok tüzetes elemzésére lehessen építeni.

A sakk elemzése és Neumann játék-fogalma

Mi az a gondolatmenet, amin ez az elemzés alapul?

Vegyük a sakkot, amely esetében nem kell számolnunk a véletlen szerepével. A sakk szabályai meghatározzák, mikor ki következik lépésre. És azt is, hogy amikor valaki lépésre következik, pontosan milyen lehetőségek között választhat. Ha egyik fél sem adja fel a küzdelmet, és nem

egyeznek meg döntetlenben, akkor egy sakk-játszma vagy úgy ér véget, hogy az egyik fél mattot ad a másiknak, vagy úgy, hogy döntetlent eredményező állás alakul ki. De nincs olyan matt és nincs olyan döntetlen-állás, amihez végtelen számú lépésre lenne szükség.



Polgár Judit – forrás: juditpolgar.com

Mindezek alapján elvben tehát fel is sorolhatnánk, le is írhatnánk egy sakk-játszma összes olyan lejátszását, amelyek a szabályok szerint egyáltalán lehetségesek. Ha ez így van, a játékosok elvben eldönthetnék előre, mit fognak tenni minden olyan lehetséges állásban, amikor ők következnek lépésre. Neumann pontosan az ilyen átfogó terveket *fogja fel stratégiának*.

Világos továbbá, hogy minden lehetséges lejátszás vagy az egyik fél győzelmét jelenti, vagy döntetlennel zárul. És az is, hogy alapesetben mindkét fél többre értékeli a győzelmet a döntetlennél, és a döntetlent a vereségnél.

A sakkban tehát két játékos játszik egymás ellen. Mindkettőjük feladata az, hogy válasszon a számukra rendelkezésükre álló, fenti értelemben vett, stratégiák közül, amelyek körét a szabályok elemzése alapján lehet jellemezni. A két játékos által választott stratégiák egy adott lejátszást adnak meg, ami egyben a játék eredményét is meghatározza. Ami az eredmények értékelését illeti, mindkét fél győzni akar és el akarja kerülni a vereséget.

Neumann játékelmélete egyfelől *általánosítja* azt, ahogyan az imént a sakkot leírtuk. Azt tételezi tehát, hogy minden játék legalább négy alkotóelemből áll.

1. A játékosokból, akik játsszák.
2. A játékosok számára egyenként rendelkezésre álló választási alternatívákból, azaz stratégiákból.

3. Az összes játékos összes lehetséges választási lehetőség- vagy stratégia-kombinációi által meghatározott végeredményekből.
4. Végül abból, ahogyan a játékosok ezeket a különböző lehetséges eredményeket a saját szempontjaik szerint értékelik.

Másfelől az elmélet ragaszkodik hozzá, hogy ennek a játék-fogalomnak egyben matematikai modellnek is kell lennie. És valóban, minden alkotóeleme matematikai fogalmakként is kifejezhető. A résztvevő játékosok egy halmazt alkothatnak. A játékosok számára rendelkezésre álló stratégiák szintén halmazt alkothatnak. A stratégiai-kombinációkat egy függvény képezheti le eredményekké. Az eredményeket további függvények képezhetik le értékelésekké. Neumann játék-fogalma tehát *tökéletesen egzakt*, és ezzel teljesíti azt, amit a tudományosság egyik megkerülhetetlen követelményének tartott.

De ha ez így van, azt is mondhatjuk, hogy mindegyik játékos feladata egy olyan stratégia kiválasztása, amellyel győzni tud, vagy elkerülheti a vereséget - figyelembe véve persze azt, hogy ellenfele, aki szintén győzni szeretne, milyen stratégiát fog várhatóan választani. Ugyanakkor a stratégia fenti meghatározása miatt fel kell tételeznünk, hogy a játékosok mindig *egyben át tudják tekinteni* az egész játékot. Így a számukra legjobb stratégia kiválasztása matematikai problémává válik.



Neumann János – Forrás: ysfine.com

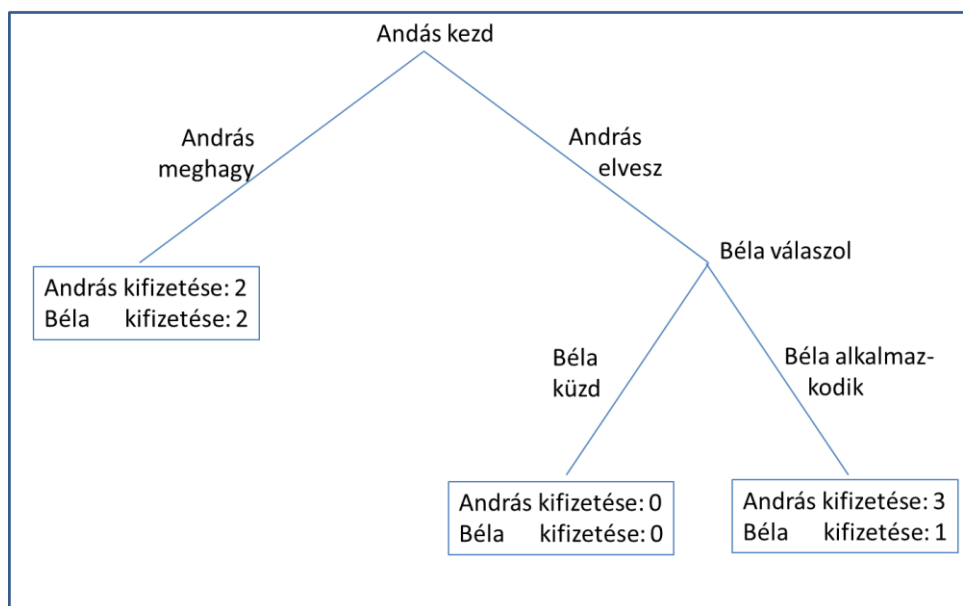
Neumann János (1903-1957) Budapesten született, és a fasori evangélikus főgimnáziumban végezte középiskolai tanulmányait. 1921 és 1923 között a berlini egyetem, majd a zürichi műszaki egyetem hallgatója volt, és 1926-ban doktorált Budapesten, matematikából. 1927-től a berlini egyetemen tanított, majd 1933-tól a princeton-i Institute for Advanced Study professzora lett. Kimagasló elméleti matematikai és matematikai fizikai munkássága mellett döntő jelentőségű eredményeket ért el a haditechnikai fejlesztések és a számítástudomány területein is.

Egy egyszerű stratégiai szituáció

A sakk azonban rendkívül bonyolult játék. Így akármit is állíthattunk róla általánosságban, *valójában* már csak a játékosok számára rendelkezésre álló összes választási lehetőség, azaz stratégia, azonosítása vagy meghatározása is lehetetlen. Tehát a sakk megfelel ugyan Neumann játékfogalmának, de nem tudjuk úgy *specifikálni* az alapmodellnek megfelelően, hogy elemzése során bármi érdemlegeset is tudjunk mondani a sakkban érvényesülő stratégiai gondolkodásról. Másképpen fogalmazva, a sakkozók nem tanulhatnak semmit a sakk játékelméleti elemzéséből, hiszen a sakkot nem is lehet matematizált változatában játszani. Ugyanez igaz a pókerre, a bridzsre és a backgammon-ra is. Azaz, ezek a jól ismert, népszerű, konkrét játékok csupán állványzatként szolgáltak a teoretikus konstrukció kialakításakor.

Neumann a híres játék-könyvben többször is felhívja a figyelmünket arra, hogy a bonyolultat mindig az egyszerűbb segítségével érdemes megközelíteni. Ennek megfelelően alapmodelljének, azaz játékfogalmának horderejét egy olyan szituáció leírásával is érzékeltethetjük, amely ugyan jóval egyszerűbb a sakknál, sőt senki se tartaná igazi játéknak, de jól illusztrálja, mit értett konkrétan Neumann stratégiai gondolkodáson.

Legyen a szituációnak két résztvevője. András, aki először lép, a Meghagy és az Elvesz opciók között választhat. Ha Meghagy, a játék véget is ér. Ha Elvesz, Béla, a második játékos a Küzdelem és az Alkalmazkodás alternatívák egyikét választhatja. Annak az eredményét, hogy András az Meghagy opció mellett dönt, mindketten 2 egységnyire értékelik (pld. mindkettőjüknek megmarad a két krémese). Annak az eredményét, hogy Elvesz esetén Béla a Küzdelmet választja, mindketten 0 egységnyire értékelik (pld. az összes krémese elvész a küzdelemben). Az Elvétel utáni Alkalmazkodást Béla 1 egységnyire, az első játékos pedig 3 egységnyire értékeli (pld. András elveszi Béla egyik krémését).



Ez azt jelenti, hogy két játékosunk van, mindkettő két választási lehetőséggel vagy stratégiával rendelkezik, ezek kombinációi három lehetséges eredményre vezethetnek. És a példa azt is tisztázza mindkettőjük esetében, hogy hogyan értékelik ezeket az eredményeket. Ez a szituáció tehát játék, abban az értelemben, hogy a játékok Neumann-féle alapvető modelljének *egy adott specifikációja*. Azaz, meg tudjuk mondani, hogyan felel meg pontosan azoknak a követelményeknek, amelyeket ezzel az alapvető modellel szemben támasztunk.

Stratégiai szituációról van szó, hiszen az első játékos a szerint fog dönteni, mit gondol arról, mit lépne a második, ha az egyáltalán lépéshez jutna. Annak alapján, ahogyan ellenfele a játék lehetséges kimeneteleit értékeli, előre látja, hogy Belépés esetén az mit fog tenni. Ennek megfelelően ő maga a Belépést fogja választani. Azzal, hogy Belép, kikényszeríti a számára legértékesebb eredményt. Hiába is fenyegetőzne a második játékos azzal, hogy Belépés esetén Küzdeni fog, egy ilyen fenyegetés nem hihető. Ha a második játékos tényleg lépéshez jut, Alkalmazkodni fog.

A szigorú precizitás miatti veszteség megtérül

Huizinga ugyancsak 1944-ben németül megjelent ([sorozatunk korábbi cikkeiben](#) bemutatott) Homo Ludens című könyvében jóval több karaktervonás segítségével jellemzi a játékokat. A maga elméletének kidolgozásakor Neumann és Morgenstern a játékok egy bizonyos körének *egyetlen* alaptulajdonságát emelte ki. Azokról a játékokról van szó, amelyek abban az értelemben kompetitívek, hogy minden résztvevőjük az általa legkedvezőbbnek ítélt eredményt szeretné elérni, miközben figyelembe kell vennie, hogy az eredmény a többi résztvevői döntéseitől is függ, akik viszont azon igyekeznek, hogy az ő számukra legkedvezőbb eredményt ériék el.

Huizinga játék-fogalma már csak azért sem lehetett kellőképpen precíz, mert a játékokra általában vonatkozott. Neumann elmélete viszont azzal, hogy a játékok egy bizonyos speciális körére összpontosított, a lehető legprecízebb, matematikai játék-fogalom megalkotását is motiválni tudta.

Ez a szigorú és precíz koncepció megnyitotta az utat a felé, hogy a társadalmi-gazdasági jelenségek stratégiai aspektusait, azaz valódi társadalmi-gazdasági játszmákat tudományos módszerekkel lehessen elemezni. Sorozatunk következő részében mutatjuk be, hogyan képes erre Neumann játékelmélete.

Ha érdekel a folytatás, [iratkozz fel hírlevelünkre!](#)